हिन्दी माध्यम

Test Booklet Code

A

Aakash

Medical | IIT-JEE | Foundations

(Divisions of Aakash Educational Services Pvt. Ltd.)

Regd. Office : Aakash Tower, 8, Pusa Road, New Delhi-110005

Ph.: 011-47623456 Fax : 011-47623472

Time : 3 hrs.

M.M. : 360

Answers & Solutions

for

JEE (MAIN)-2018

(Physics, Chemistry and Mathematics)

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. परीक्षा की अवधि **3 घंटे** है।

2. इस परीक्षा पुस्तिका में **90** प्रश्न हैं। अधिकतम अंक **360** हैं।

3. इस प्रश्न-पत्र में **तीन** भाग A, B, C हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान** एवं **गणित** के 30 प्रश्न हैं और सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर के लिए **4 (चार)** अंक निर्धारित किये गये हैं।

4. अभ्यर्थियों को प्रत्येक सही उत्तर के लिए उपरोक्त निर्देश संख्या 3 के निर्देशानुसार अंक दिये जायेंगे। प्रत्येक प्रश्न के गलत उत्तर के लिये उस प्रश्न के लिए निर्धारित कुल अंकों में से ¼ (एक-चौथाई) भाग (अर्थात् 1 अंक) काट लिया जायेगा। यदि उत्तर पत्र में किसी प्रश्न का उत्तर नहीं दिया गया हो तो कुल प्राप्तांक से कोई कटौती नहीं की जायेगी।

5. प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही सही उत्तर है। एक से अधिक उत्तर देने पर उसे गलत उत्तर माना जायेगा और उपरोक्त निर्देश 4 के अनुसार अंक काट लिये जायेंगे।

6. उत्तर पत्र के **पृष्ठ-1** एवं **पृष्ठ-2** पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु परीक्षा कक्ष में उपलब्ध कराये गए **केवल काले बॉल प्वाइंट पेन** का ही प्रयोग करें।

7. अभ्यर्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में प्रवेश कार्ड के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री, मुद्रित या हस्तलिखित, कागज की पर्चियाँ, पेजर, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों को ले जाने की अनुमति नहीं है।

PART–A : PHYSICS

1. घन की आकृति वाले किसी पदार्थ का घनत्व, उसकी तीन भुजाओं एवं द्रव्यमान को माप कर, निकाला जाता है। यदि द्रव्यमान एवं लम्बाई को मापने में सापेक्ष त्रुटियाँ क्रमश: 1.5% तथा 1% हो तो घनत्व को मापने में अधिकतम त्रुटि होगी:

(1) 2.5% (2) 3.5%

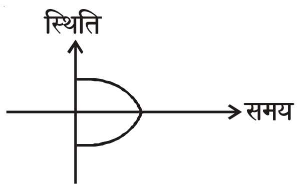
(3) 4.5% (4) 6%

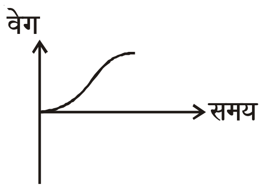
उत्तर (3)

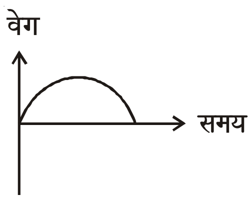
हल $\rho = \frac{m}{l^3}$

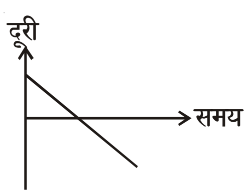
$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} + 3\frac{dl}{l} = (1.5 + 3 \times 1) = 4.5\%$$

2. दिये गये सारे ग्राफ एक ही गति को दर्शाते हैं। कोई एक ग्राफ उस गति को गलत तरीके से दर्शाता है। वह ग्राफ है :

(1) 

(2) 

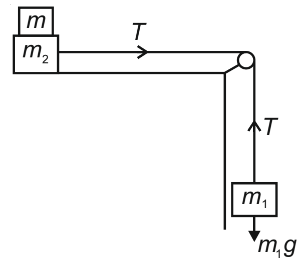
(3) 

(4) 

उत्तर (2)

हल विकल्प (1), (3) तथा (4) एक सरल रेखा में धनात्मक प्रारम्भिक वेग तथा नियत ऋणात्मक त्वरण वाली एकसमान रूप से त्वरित गति के संगत हैं, जबकि विकल्प (2) इस गति के संगत नहीं है।

3. m_1 = 5 kg तथा m_2 = 10 kg के दो द्रव्यमान एक अवितान्य डोरी द्वारा एक घर्षणरहित घिरनी के ऊपर से जुड़े हुए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया है। क्षैतिज सतह का घर्षण गुणांक 0.15 है। वह न्यूनतम द्रव्यमान *m*, जिसको द्रव्यमान m_2 के ऊपर रखने से गति रूक जाये, होना चाहिए



(1) 18.3 kg (2) 27.3 kg

(3) 43.3 kg (4) 10.3 kg

उत्तर (2)

हल गतिशील ब्लॉक m_2 को रोकने के लिए, m_2 का त्वरण, m_2 के वेग के विपरीत होना चाहिए

$m_1g < \mu(m + m_2)g$

$\Rightarrow$ 5 < 0.15(10 + m_2)

$\Rightarrow$ m_2 > 23.33 kg

$\therefore$ न्यूनतम द्रव्यमान = 27.3 kg (दिए गए विकल्पों के अनुसार)

4. एक कण किसी एक आकर्षण विभव $U = -\frac{k}{2r^2}$ के अंतर्गत त्रिज्या *a* के एक गोलाकार पथ में चल रहा है। उसकी कुल ऊर्जा होगी :

(1) $-\frac{k}{4a^2}$ (2) $\frac{k}{2a^2}$

(3) शून्य (4) $-\frac{3}{2}\frac{k}{a^2}$

उत्तर (3)

हल $F = \frac{-dU}{dr}$ $\left[U = -\frac{k}{2r^2}\right]$

$\frac{mv^2}{r} = \frac{k}{r^3}$ [यह बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है]

$$\Rightarrow \quad mv^2 = \frac{k}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad K.E = \frac{k}{2r^2} \Rightarrow P.E = -\frac{k}{2r^2}$$

कुल ऊर्जा = शून्य

5. एक एकरेखीय संघट्ट (Colinear collision) में, आरम्भिक चाल v_0 का एक कण समान द्रव्यमान के एक दूसरे रूके हुए कण से टकराता है। यदि कुल अन्तिम गतिज ऊर्जा, आरम्भिक गतिज ऊर्जा से 50% ज्यादा हो तो टक्कर के बाद दोनों कणों के सापेक्ष गति का परिमाण होगा:

(1) $\frac{v_0}{4}$ (2) $\sqrt{2}v_0$

(3) $\frac{v_0}{2}$ (4) $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$

उत्तर (2)

हल यह अतिप्रत्यास्थ टक्कर की स्थिति है

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \quad \text{...(i)}$$

$$\Rightarrow \quad v_1 + v_2 = v_0$$

$$\frac{1}{2}m\left(v_1^2 + v_2^2\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left(v_1^2 + v_2^2\right) = \frac{3}{2}v_0^2 \quad \text{...(ii)}$$

$$\Rightarrow \quad (v_1 + v_2)^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2$$

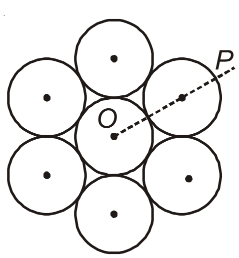
$$\Rightarrow \quad v_0^2 = \frac{3v_0^2}{2} + 2v_1v_2$$

$$\Rightarrow \quad 2v_1v_2 = -\frac{v_0^2}{2} \quad \text{...(iii)}$$

$$\therefore \quad (v_1 - v_2)^2 = (v_1 + v_2)^2 - 4v_1v_2 = v_0^2 + v_0^2$$

$$\Rightarrow \quad v_1 - v_2 = \sqrt{2}\,v_0$$

6. चित्रानुसार सात एक जैसी वृत्ताकार समतल डिस्कों, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, को सममित रूप से जोड़ा जाता है। समतल के लम्बवत् तथा P से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष, इस संयोजन का जड़त्व आघूर्ण है:



(1) $\frac{19}{2}MR^2$ (2) $\frac{55}{2}MR^2$

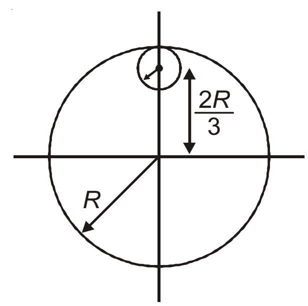
(3) $\frac{73}{2}MR^2$ (4) $\frac{181}{2}MR^2$

उत्तर (4)

हल $I_0 = \frac{MR^2}{2} + 6\left(\frac{MR^2}{2} + M(2R)^2\right)$

$$I_P = I_0 + 7M(3R)^2 = \frac{181}{2}MR^2$$

7. R त्रिज्या तथा $9M$ द्रव्यमान के एकसमान गोलाकार डिस्क से $\frac{R}{3}$ त्रिज्या का एक छोटा गोलाकार डिस्क काट कर निकाल लिया जाता है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। डिस्क के सतह के लम्बवत् एवं उसके केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष बची हुई डिस्क का जड़त्व आघूर्ण होगा:

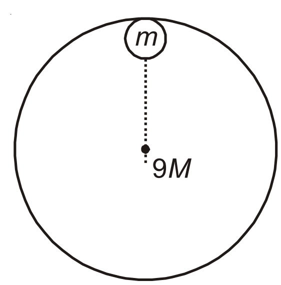


(1) $4MR^2$ (2) $\frac{40}{9}MR^2$

(3) $10MR^2$ (4) $\frac{37}{9}MR^2$

उत्तर (1)

हल



$$m = \frac{(9M)}{9} = M$$

$$I_1 = \frac{(9M)\times R^2}{2}$$

$$I_2 = \frac{M\times\left(\frac{R}{3}\right)^2}{2} + M\times\left(\frac{2R}{3}\right)^2 = \frac{MR^2}{2}$$

$\therefore \quad I_{req} = I_1 - I_2$

$$= \frac{9}{2}MR^2 - \frac{MR^2}{2} = 4MR^2$$

8. एक कण R त्रिज्या के एक वृत्ताकार पथ पर किसी एक केन्द्रीय बल, जो कि R की n वीं घात के व्युत्क्रमानुपाती है, के अन्तर्गत घूमता है। यदि कण का आवर्त काल T हो, तो:

(1) $T \propto R^{3/2}$, n के किसी भी मान के लिए

(2) $T \propto R^{\frac{n}{2}+1}$

(3) $T \propto R^{(n+1)/2}$

(4) $T \propto R^{n/2}$

उत्तर (3)

हल $m\omega^2 R = k\,R^{-n} = \dfrac{k}{R^n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{T^2} \propto \frac{1}{R^{n+1}} \Rightarrow T \propto R^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

9. किसी मुलायम पदार्थ द्वारा बने हुए r त्रिज्या का एक ठोस गोला, जिसका आयतन प्रत्यास्थता गुणांक K है, एक बेलनाकार बर्तन में किसी द्रव द्वारा घिरा हुआ है। a क्षेत्रफल का एक द्रव्यमानविहीन पिस्टन, बेलनाकार बर्तन के सम्पूर्ण अनुप्रस्थ काट को ढकते हुए, द्रव के सतह पर तैरता है। द्रव के संपीड़न हेतु जब पिस्टन के सतह पर एक द्रव्यमान m रखा जाता है, तो गोले की त्रिज्या में होने वाला आंशिक परिवर्तन $\left(\dfrac{dr}{r}\right)$ होगा:

(1) $\dfrac{Ka}{mg}$ (2) $\dfrac{Ka}{3\,mg}$

(3) $\dfrac{mg}{3\,Ka}$ (4) $\dfrac{mg}{Ka}$

उत्तर (3)

हल $K = -V\dfrac{dP}{dV}$

$$\Rightarrow \frac{-dV}{V} = \frac{dP}{K} = \frac{mg}{Ka} \Rightarrow \frac{-3dr}{r} = \frac{mg}{Ka} \Rightarrow \frac{dr}{r} = -\frac{mg}{3Ka}$$

10. किसी एकपरमाणुक आदर्श गैस के 2 मोल 27°C तापमान पर V आयतन घेरते हैं। गैस का आयतन रूद्धोष्म प्रक्रम द्वारा फैल कर 2 V हो जाता है। गैस के (a) अन्तिम तापमान का मान एवं (b) उसकी आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन का मान होगा:

(1) (a) 189 K (b) 2.7 kJ

(2) (a) 195 K (b) –2.7 kJ

(3) (a) 189 K (b) –2.7 kJ

(4) (a) 195 K (b) 2.7 kJ

उत्तर (3)

हल $TV^{\gamma-1}$ = नियत

$$T_f = 300\left(\frac{V}{2V}\right)^{\frac{5}{3}-1} = 189\text{ K}$$

$$\Delta U = nC_v\Delta T = 2\times\frac{3R}{2}\times[189-300] = -2.7\text{ kJ}$$

11. एक हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.32×10^{-27} kg है। 2 cm^2 क्षेत्रफल की एक स्थिर दीवार पर 10^{23} प्रति सेकण्ड की दर से हाइड्रोजन अणु यदि अभिलम्ब से 45° पर प्रत्यास्थ टक्कर करके 10^3 m/s की गति से लौटते हैं, तो दीवार पर लगे दाब का निकटतम मान होगा:

(1) 2.35×10^3 N/m^2 (2) 4.70×10^3 N/m^2

(3) 2.35×10^2 N/m^2 (4) 4.70×10^2 N/m^2

उत्तर (1)

हल $F = nmv\cos\theta \times 2$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{2.nmv\cos\theta}{A}$$

$$= \frac{2\times10^{23}\times3.32\times10^{-27}\times10^3}{\sqrt{2}\times2\times10^{-4}}\text{N/m}^2 = 2.35 \times 10^3\text{ N/m}^2$$

12. किसी ठोस में चांदी का एक परमाणु 10^{12}/sec की आवृत्ति से किसी दिशा में सरल आवर्त गति करता है। एक परमाणु को दूसरे परमाणु से जोड़ने वाले बंध का बल नियतांक कितना होगा? (चांदी का आण्विक भार = 108 और अवागाद्रो (Avagadro) संख्या = 6.02×10^{23} gm $mole^{-1}$)

(1) 6.4 N/m

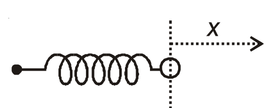
(2) 7.1 N/m

(3) 2.2 N/m

(4) 5.5 N/m

उत्तर (2)

हल



$Kx = ma \Rightarrow a = (K/m)x$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = 10^{12} \quad = \frac{1}{4\pi^2}\times\frac{K}{m} = 10^{24}$$

$$K = 4\pi^2 m \times 10^{24} = \frac{4\times 10\times 108\times 10^{-3}}{6.02\times 10^{23}}\times 10^{24} = 7.1 \text{ N/m}$$

13. 60 cm लम्बाई की ग्रेनाईट की एक छड़ को उसके मध्य से परिबद्ध करके उसमें अनुदैर्ध्य कम्पन उत्पन्न किये जाते हैं। ग्रेनाईट का घनत्व 2.7 × 10³ kg/m³ तथा यंग प्रत्यास्थता गुणांक 9.27 × 10¹⁰ Pa है। अनुदैर्ध्य कम्पन की मूल आवृत्ति क्या होगी?

(1) 5 kHz (2) 2.5 kHz

(3) 10 kHz (4) 7.5 kHz

उत्तर (1)

हल $f_0 = \frac{V}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Y}{\rho}} =$

$$\frac{1}{2\times 0.6}\sqrt{\frac{9.27\times 10^{10}}{2.7\times 10^{3}}} = 4.88 \text{ kHz} \approx 5 \text{ kHz}$$

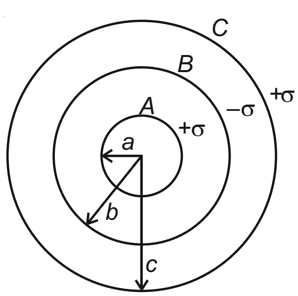
14. तीन संकेन्द्री धातु कोष A, B तथा C, जिनकी त्रिज्यायें क्रमश: a, b तथा c ($a < b < c$) हैं, का पृष्ठ-आवेश-घनत्व क्रमश: $+\sigma$, $-\sigma$ तथा $+\sigma$ हैं। कोष B का विभव होगा:

(1) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{a^2-b^2}{a}+c\right]$ (2) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{a^2-b^2}{b}+c\right]$

(3) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{b^2-c^2}{b}+a\right]$ (4) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{b^2-c^2}{c}+a\right]$

उत्तर (2)

हल



$$V_B = \left[\frac{\sigma 4\pi a^2}{4\pi\varepsilon_0 b} - \frac{\sigma 4\pi b^2}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{\sigma 4\pi c^2}{4\pi\varepsilon_0 c}\right]$$

$$V_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{a^2-b^2}{b}+c\right]$$

15. 90 pF धारिता के एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 20 V विद्युत वाहक बल की एक बैटरी से जोड़ते हैं। यदि $K = \frac{5}{3}$ परावैद्युतांक का एक परावैद्युत पदार्थ प्लेटों के बीच प्रविष्ट किया जाता है तो प्रेरित आवेश का परिमाण होगा:

(1) 1.2 nC (2) 0.3 nC

(3) 2.4 nC (4) 0.9 nC

उत्तर (1)

हल $C' = KC_0$

$Q = KC_0V$

$$Q_{\text{प्रेरित}} = Q\left(1-\frac{1}{K}\right) \quad = \frac{5}{3}\times 90\times 10^{-12}\times 20\left(1-\frac{3}{5}\right)$$

$= 1.2$ nC

16. एक a.c. परिपथ के विद्युत वाहक बल तथा धारा का तात्क्षणिक मान निम्नलिखित समीकरणों से दिया गया है

$e = 100 \sin 30t$

$$i = 20\sin\left(30t - \frac{\pi}{4}\right)$$

a.c. के एक पूर्ण चक्र में परिपथ द्वारा औसत शक्ति व्यय तथा वाटहीन धारा के मान, क्रमश:, हैं:

(1) 50, 10 (2) $\frac{1000}{\sqrt{2}}, 10$

(3) $\frac{50}{\sqrt{2}}, 0$ (4) 50, 0

उत्तर (2)

हल $P_{av} = E_{rms}\, I_{rms} \cos\phi$

$$= \frac{100}{\sqrt{2}}\times\frac{20}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1000}{\sqrt{2}}$$

$$i_{\text{वाटहीन}} = i_{rms}\sin\phi = \frac{20}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 10$$

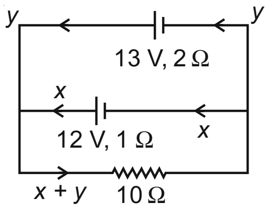
17. 12 V तथा 13 V विद्युत वाहक बल की दो बैटरी को समान्तर क्रम में एक 10 Ω के लोड प्रतिरोध के साथ जोड़ा गया है। दोनों बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध क्रमश: 1 Ω तथा 2 Ω हैं। लोड प्रतिरोध के सिरों का विभव निम्न में से किन मानों के बीच होगा?

(1) 11.6 V तथा 11.7 V (2) 11.5 V तथा 11.6 V

(3) 11.4 V तथा 11.5 V (4) 11.7 V तथा 11.8 V

उत्तर (2)

हल



लूपों में KVL लगाने पर

$12 - x - 10(x + y) = 0$

$\Rightarrow$ $12 = 11x + 10y$ ...(i)

$13 = 10x + 12y$ ...(ii)

हल करने पर $x = \frac{7}{16}$A, $y = \frac{23}{32}$A

$V = 10(x + y) = 11.56$ V

वैकल्पिक : $r_{eq} = \frac{2}{3}\Omega$, $R = 10\ \Omega$

$$\frac{E_{eq}}{r_{eq}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} \Rightarrow E_{eq} = \frac{37}{3}\text{ V}$$

$$V = \frac{E_{eq}}{R + r_{eq}}R = 11.56\text{ V}$$

18. समान गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन एक प्रोट्रॉन एवं एक अल्फा कण किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्रमशः r_e, r_p एवं r_α त्रिज्या की गोलाकार कक्षा में घूम रहे हैं। r_e, r_p एवं r_α के बीच संबंध होगा:

(1) $r_e > r_p = r_\alpha$

(2) $r_e < r_p = r_\alpha$

(3) $r_e < r_p < r_\alpha$

(4) $r_e < r_\alpha < r_p$

उत्तर (2)

हल $r = \frac{\sqrt{2mk}}{qB}$

$$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{\sqrt{2m_\alpha}}{q_\alpha} \times \frac{q_p}{\sqrt{2m_p}} \qquad \begin{bmatrix} m_\alpha = 4m_p \\ q_\alpha = 2q_p \end{bmatrix}$$

$= 1$

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान न्यूनतम है तथा आवेश $q_e = e$

इसलिए, $r_e < r_p = r_\alpha$

19. धारा I वाले एक वृत्ताकार पाश का द्विध्रुव आघूर्ण m तथा उसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_1 है। धारा स्थिर रखते हुए द्विध्रुव आघूर्ण को दोगुना करने पर, पाश के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_2 हो जाता है। अनुपात $\frac{B_1}{B_2}$ होगा:

(1) 2

(2) $\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{2}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

उत्तर (3)

हल $m = I(\pi R^2)$, $m' = 2m = I \times \left(\pi\sqrt{2}R\right)^2$

$\therefore$ $R' = \sqrt{2}R$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2 \times \left(\sqrt{2}R\right)}$$

$$\therefore \frac{B_1}{B_2} = \sqrt{2}$$

20. v_m आयाम तथा $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ आवृत्ति के विभव द्वारा चलित एक RLC परिपथ अनुनादित होता है। गुणता कारक Q का मान होगा:

(1) $\frac{\omega_0 L}{R}$

(2) $\frac{\omega_0 R}{L}$

(3) $\frac{R}{(\omega_0 C)}$

(4) $\frac{CR}{\omega_0}$

उत्तर (1)

हल गुणता कारक, $Q = \frac{\omega_0}{(2\Delta\omega)}$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

21. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग हवा में किसी माध्यम में प्रवेश करती है। उनके वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}_1 = E_{01}\hat{x}\cos\left[2\pi\nu\left(\frac{z}{c}-t\right)\right]$ हवा में एवं $\vec{E}_2 = E_{02}\hat{x}\cos[k(2z-ct)]$ माध्यम में है, जहाँ संचरण संख्या k तथा आवृत्ति ν के मान हवा में हैं। माध्यम अचुम्बकीय है। यदि ε_{r_1} तथा ε_{r_2} क्रमशः हवा एवं माध्यम की सापेक्ष विद्युतशीलता हों, तो निम्न में से कौन सा विकल्प सत्य होगा?

(1) $\frac{\varepsilon_{r_1}}{\varepsilon_{r_2}} = 4$ (2) $\frac{\varepsilon_{r_1}}{\varepsilon_{r_2}} = 2$

(3) $\frac{\varepsilon_{r_1}}{\varepsilon_{r_2}} = \frac{1}{4}$ (4) $\frac{\varepsilon_{r_1}}{\varepsilon_{r_2}} = \frac{1}{2}$

उत्तर (3)

हल $\vec{E}_1 = E_{01}\hat{x}\cos\left[2\pi\nu\left(\frac{z}{c}-t\right)\right]$ वायु

$\vec{E}_2 = E_{02}\hat{x}\cos\left[k(2z-ct)\right]$ माध्यम

अपवर्तन के दौरान, आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है, जबकि तरंगदैर्ध्य परिवर्तित होती है।

$\therefore\ k' = 2k$ (समीकरणों से)

$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda'} = 2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)$

$\Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda_0}{2}$

$\Rightarrow v = \frac{c}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_2}} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_1}} \Rightarrow \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{4}$

22. तीव्रता I का अध्रुवित प्रकाश का एक आदर्श पोलरॉइड A से गुजरता है। इसी तरह का एक और पोलरॉइड B को पोलरॉइड A के पीछे रखा गया है। पोलरॉइड B के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता $\frac{I}{2}$ पायी जाती है। अब एक और उसी तरह के पोलरॉइड C को A और B के बीच रखा जाता है जिससे B के पश्चात तीव्रता $\frac{I}{8}$ पायी जाती है। पोलरॉइड A व C के बीच का कोण होगा:

(1) 0° (2) 30°

(3) 45° (4) 60°

उत्तर (3)

हल ध्रुवक A व B समान्तर रूप से गुजरते हुए अक्ष के साथ अभिविन्यासित हैं

माना ध्रुवक C, A के साथ θ कोण पर है, तब यह B के साथ θ कोण भी बनाता है।

$\because\ \frac{I}{8} = \left(\frac{I}{2}\times\cos^2\theta\right)\times\cos^2\theta$

$\Rightarrow\ \cos^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 45°$

23. किसी एकल झिरी विवर्तन पैटर्न के केंद्रीय उच्चिष्ट की कोणीय चौड़ाई 60° है। झिरी की चौड़ाई 1 μm है। झिरी को एकवर्णीय समतल तरंग से प्रकाशित करते हैं। यदि उसी चौड़ाई की एक नयी झिरी पुरानी झिरी के पास बना दी जाय तो झिरियों से 50 cm दूर रखे पर्दे पर Young की फ्रिंजें देखी जा सकती हैं। यदि फ्रिंजों की चौड़ाई 1 cm हो तो झिरियों के केन्द्रों के बीच की दूरी होगी :

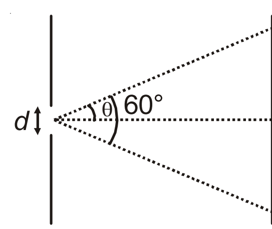
(अर्थात् प्रत्येक स्लिट के केन्द्रों के मध्य दूरी)

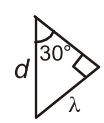
(1) 25 μm (2) 50 μm

(3) 75 μm (4) 100 μm

उत्तर (1)

हल $d\sin\theta = \lambda$





$\lambda = \frac{d}{2}$ $[d = 1\times10^{-6}\text{ m}] \Rightarrow$ $\lambda = 5000$ Å

फ्रिंज चौड़ाई, $B = \frac{\lambda D}{d'}$ (d' स्लिटों के मध्य दूरी)

$10^{-2} = \frac{5000\times10^{-10}\times0.5}{d'}$

$\Rightarrow\ d' = 25\times10^{-6}\text{ m} = 25\ \mu\text{m}$

24. एक इलेक्ट्रॉन किसी हाइड्रोजन परमाणु के विभिन्न उत्तेजित अवस्थाओं से विकिरण उत्सर्जित करके निम्नतम अवस्था में आ जाता है। माना कि λ_n तथा λ_g n वीं अवस्था तथा निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन की de Broglie तरंगदैर्ध्य है। माना n वीं अवस्था से निम्नतम अवस्था में संक्रमण द्वारा उत्सर्जित फोटान की तरंगदैर्ध्य Λ_n है। n के बड़े मान के लिए (यदि A तथा B स्थिरांक हैं):

(1) $\Lambda_n \approx A + \dfrac{B}{\lambda_n^2}$ (2) $\Lambda_n \approx A + B\lambda_n$

(3) $\Lambda_n^2 \approx A + B\lambda_n^2$ (4) $\Lambda_n^2 \approx \lambda$

उत्तर (1)

हल $P_n = \dfrac{h}{\lambda_n}, P_g = \dfrac{h}{\lambda_g}$

$$k = \frac{P^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2},\ E = -k = -\frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$E_n = -\frac{h^2}{2m\lambda_n^2},\ E_g = -\frac{h^2}{2m\lambda_g^2}$$

$$E_n - E_g = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{1}{\lambda_g^2} - \frac{1}{\lambda_n^2}\right) = \frac{hc}{\Lambda_n}$$

$$\frac{h^2}{2m}\left(\frac{\lambda_n^2 - \lambda_g^2}{\lambda_g^2\lambda_n^2}\right) = \frac{hc}{\Lambda_n}$$

$$\Lambda_n = \frac{2mc}{h}\left(\frac{\lambda_g^2\lambda_n^2}{\lambda_n^2 - \lambda_g^2}\right)$$

$$\Lambda_n = \frac{2mc\lambda_g^2}{h}\frac{\lambda_n^2}{\lambda_n^2\left(1 - \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2}\right)}$$

$$= \frac{2mc\lambda_g^2}{h}\left[1 - \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2}\right]^{-1}$$

$$= \frac{2mc\lambda_g^2}{h}\left[1 + \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2}\right]$$

$$= \frac{2mc\lambda_g^2}{h} + \left(\frac{2mc\lambda_g^4}{h}\right)\frac{1}{\lambda_n^2}$$

$$= A + \frac{B}{\lambda_n^2}$$

$$A = \frac{2mc\lambda_g^2}{h},\ B = \frac{2mc\lambda_g^4}{h}$$

25. यदि लाइमन श्रेणी की सीमा आवृत्ति ν_L है तो फुण्ड श्रेणी की सीमा आवृत्ति होगी :

(1) 25 ν_L (2) 16 ν_L

(3) $\nu_L/16$ (4) $\nu_L/25$

उत्तर (4)

हल $h\nu_L = E\left[\dfrac{1}{1^2} - \dfrac{1}{\infty}\right] = E$

$$h\nu_P = E\left[\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty}\right] = \frac{E}{25} \Rightarrow \nu_P = \frac{\nu_L}{25}$$

26. यदि एक न्यूट्रॉन की एक स्थिर अवस्था के ड्यूटिरियम से प्रत्यास्थ एकरेखीय संघट्ट होती है तो उसकी ऊर्जा का आंशिक क्षय P_d पाया जाता है। उसके स्थिर अवस्था के कार्बन नाभिक से समरूप संघट्ट में ऊर्जा का आंशिक क्षय P_c पाया जाता है। P_d तथा P_c के मान क्रमशः होंगे:

(1) (.89, .28) (2) (.28, .89)

(3) (0, 0) (4) (0, 1)

उत्तर (1)

हल $mu = mv_1 + 2m \times v_2$ ...(i)

$u = (v_2 - v_1)$ ...(ii)

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{u}{3}$$

$$\therefore \frac{\Delta E}{E} = p_d = \frac{\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{3}\right)^2}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{8}{9} = 0.89$$

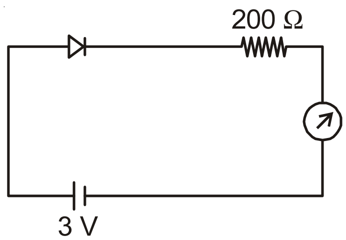
तथा $mu = mv_1 + (12m) \times v_2$ ...(iii)

$u = (v_2 - v_1)$ ...(iv)

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{11}{13}u$$

$$\therefore \frac{\Delta E}{E} = p_c = \frac{\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{11}{13}u\right)^2}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{48}{169} = 0.28$$

27. दिये गये परिपथ में silicon डायोड के लिए अमीटर का पाठयांक होगा:



(1) 0

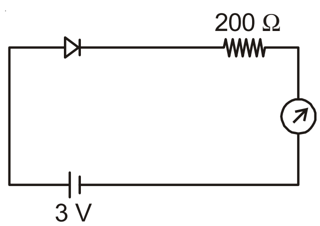
(2) 15 mA

(3) 11.5 mA

(4) 13.5 mA

उत्तर (3)

हल $I = \dfrac{V - V_{\text{डायोड}}}{R}$



$= \left[\dfrac{3-0.7}{200} \times 1000\right]$ mA

= 11.5 mA

28. एक टेलिफोन संचरण सेवा, वाहक आवृत्ति 10 GHz पर काम करती है। इसका केवल 10% संचार के लिए उपयोग किया जाता है। यदि प्रत्येक चैनल की बैण्ड चौड़ाई 5 kHz हो तो एक साथ कितने टेलीफोनिक चैनल संचारित किये जा सकते हैं?

(1) 2×10^3

(2) 2×10^4

(3) 2×10^5

(4) 2×10^6

उत्तर (3)

हल वाहक आवृत्ति = 10×10^9 Hz

उपलब्ध बैण्ड चौड़ाई = 10% of 10×10^9 Hz

= 10^9 Hz

प्रत्येक दूरभाषिक चैनल के लिए बैण्ड चौड़ाई = 5 kHz

$\therefore$ चैनलों की संख्या $= \dfrac{10^9}{5 \times 10^3}$ = 2×10^5

29. एक विभवमापी प्रयोग के दौरान पाया गया कि जब सेल के सिरों को विभवमापी तार के 52 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ा जाता है तो गैल्वनोमीटर में कोई धारा का प्रवाह नहीं होता है। यदि सेल को 5 Ω प्रतिरोध द्वारा शंट कर दिया जाये तो सेल के सिरों को तार के 40 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ने से संतुलन प्राप्त हो जाता है। सेल का आंतरिक प्रतिरोध होगा :

(1) 1 Ω

(2) 1.5 Ω

(3) 2 Ω

(4) 2.5 Ω

उत्तर (2)

हल $\because \quad E \propto l_1$

तथा $E - ir \propto l_2$

$$\therefore \quad \frac{E}{E - ir} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{E}{E - \left(\dfrac{E}{r+5}\right) \times r} = \frac{52}{40} \quad \Rightarrow \quad \frac{r+5}{5} = \frac{13}{10}$$

$\Rightarrow \quad r = 1.5\ \Omega$

30. प्रतिरोधों को बदलने से, मीटर सेतु का संतुलन बिंदु 10 cm बाँयी तरफ खिसक जाता है। उनके श्रेणी क्रम संयोजन का प्रतिरोध 1 kΩ है। प्रतिरोधों को बदलने से पहले बाँये तरफ के खाँचे का प्रतिरोध कितना था?

(1) 990 Ω

(2) 505 Ω

(3) 550 Ω

(4) 910 Ω

उत्तर (3)

हल $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{l}{(100 - l)}$

$\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{(l - 10)}{(110 - l)}$

$(100 - l)(110 - l) = l(l - 10)$

$11000 + l^2 - 210l = l^2 - 10l$

$\Rightarrow \quad l = 55$ cm

$R_1 = R_2\left(\dfrac{55}{45}\right)$

$R_1 + R_2 = 1000\ \Omega$

$R_1 = 550\ \Omega$

PART–B : CHEMISTRY

31. एक कार्बनिक यौगिक ($C_XH_YO_Z$) में C तथा H के संहति प्रतिशतता का अनुपात 6 : 1 है। यदि उपरोक्त यौगिक के एक अणु में ऑक्सीजन की मात्रा, यौगिक C_XH_Y के एक अणु को पूर्ण रूप से जलाकर CO_2 तथा H_2O में बदलने वाली ऑक्सीजन की मात्रा की आधी है। यौगिक $C_XH_YO_Z$ का मूलानुपाती सूत्र है :

(1) $C_3H_6O_3$ (2) C_2H_4O

(3) $C_3H_4O_2$ (4) $C_2H_4O_3$

उत्तर (4)

हल

तत्व	सापेक्षिक द्रव्यमान	सापेक्षिक मोल	सरलतम पूर्ण संख्या अनुपात
C	6	$\frac{6}{12} = 0.5$	1
H	1	$\frac{1}{1} = 1$	2

अतः, X = 1, Y = 2

C_XH_Y के दहन की समीकरण

$$C_XH_Y + \left(X + \frac{Y}{4}\right)O_2 \longrightarrow XCO_2 + \frac{Y}{2}H_2O$$

आवश्यक ऑक्सीजन परमाणु = $2\left(X + \frac{Y}{4}\right)$

दी गयी सूचना के आधार पर,

$$2\left(X + \frac{Y}{4}\right) = 2Z$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2}{4}\right) = Z$$

$\Rightarrow$ Z = 1.5

अणु को निम्न प्रकार लिखा जाता है

$C_XH_YO_Z$

$C_1H_2O_{3/2}$

$\Rightarrow C_2H_4O_3$

32. किस तरह की 'त्रुटि' में अंतरकाशी स्थान में धनायन (कैटायन) की उपस्थिति होती है?

(1) साट्की त्रुटि (2) रिक्तिका त्रुटि

(3) फ्रेंकल त्रुटि (4) धातु हीनता त्रुटि

उत्तर (3)

हल फ्रेन्कल त्रुटि में, धनायन सामान्य स्थल से अन्तराली स्थल में विस्थापित हो जाता है।

33. अणुकक्षक सिद्धान्त के अनुसार, निम्न में से कौनसा अणु व्यवहार्य नहीं होगा?

(1) He_2^{2+} (2) He_2^+

(3) H_2^- (4) H_2^{2-}

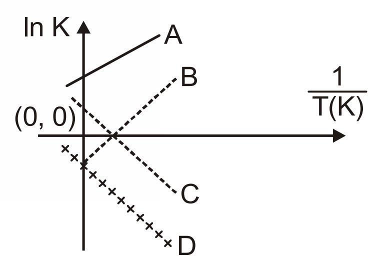
उत्तर (4)

हल

	इलेक्ट्रॉनीय विन्यास	बंध क्रम
He_2^+	$\sigma_{1s^2}\sigma^*_{1s^1}$	$\frac{2-1}{2} = 0.5$
H_2^-	$\sigma_{1s^2}\sigma^*_{1s^1}$	$\frac{2-1}{2} = 0.5$
H_2^{2-}	$\sigma_{1s^2}\sigma^*_{1s^2}$	$\frac{2-2}{2} = 0$
He_2^{2+}	σ_{1s^2}	$\frac{2-0}{2} = 1$

शून्य बन्ध क्रम वाला अणु व्यवहार्य नहीं होगा।

34. एक ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया के लिए निम्न में से कौनसी रेखा साम्यस्थिरांक K, की ताप पर निर्भरता को सही रूप से प्रदर्शित करता है?



(1) A तथा B (2) B तथा C

(3) C तथा D (4) A तथा D

उत्तर (1)

हल साम्य नियतांक $K = \left(\frac{A_f}{A_b}\right)e^{-\frac{\Delta H^\circ}{RT}}$

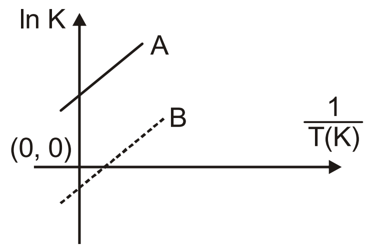
$$\ln K = \ln\left(\frac{A_f}{A_b}\right) - \frac{\Delta H^\circ}{R}\left(\frac{1}{T}\right)$$

y = C + m x

सरल रेखा की समीकरण के साथ तुलना पर

ढाल = $\frac{-\Delta H^\circ}{R}$

क्योंकि अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी है, $\Delta H° = -ve$, अतः ढाल = +ve.



अतः विकल्प (1) सही है।

35. बेंजीन के दहन करने पर $CO_2(g)$ तथा $H_2O(l)$ प्राप्त होती है। स्थिर आयतन पर बेंजीन (l) की दहन ऊष्मा 25°C पर –3263.9kJ mol^{-1} है। स्थिर दाब पर बेंजीन की दहन ऊष्मा (kJ mol^{-1} में) का मान होगा : (R = 8.314 JK^{-1} mol^{-1})

(1) 4152.6 (2) –452.46

(3) 3260 (4) –3267.6

उत्तर (4)

हल $C_6H_6(l)+\frac{15}{2}O_2(g)\longrightarrow 6CO_2(g)+3H_2O(l)$

$\Delta n_g = 6-\frac{15}{2} = -\frac{3}{2}$

$\Delta H = \Delta U + \Delta n_g RT$

$= -3263.9+\left(-\frac{3}{2}\right)\times 8.314\times 298\times 10^{-3}$

= –3263.9 + (–3.71)

= –3267.6 kJ mol^{-1}

36. निम्न यौगिकों के 1 मोलल जलीय विलयन लेने पर किसका हिमांक उच्चतम होगा?

(1) $[Co(H_2O)_6]Cl_3$

(2) $[Co(H_2O)_5Cl]Cl_2 \cdot H_2O$

(3) $[Co(H_2O)_4Cl_2]Cl \cdot 2H_2O$

(4) $[Co(H_2O)_3Cl_3] \cdot 3H_2O$

उत्तर (4)

हल अतः अधिकतम हिमांक दर्शाने वाले विलयन में विलेय के कण न्यूनतम होते हैं।

(1) $[Co(H_2O)_6]Cl_3 \rightarrow [Co(H_2O)_6]^{3+} + 3Cl^-$, i = 4

(2) $[Co(H_2O)_5Cl]Cl_2 \cdot H_2O \rightarrow [Co(H_2O)_5Cl]^{2+} + 2Cl^-$, i = 3

(3) $[Co(H_2O)_4Cl_2]Cl \cdot 2H_2O \rightarrow [Co(H_2O)_4Cl_2]^{+} + Cl^-$, i = 2

(4) $[Co(H_2O)_3Cl_3] \cdot 3H_2O \rightarrow [Co(H_2O)_3Cl_3]$, i = 1

अतः 1 मोल $[Co(H_2O)_3Cl_3].3H_2O$ विलयन में जलीय अवस्था में कणों की संख्या न्यूनतम है।

अतः विकल्प (4) सही है।

37. एक जलीय विलयन में 0.10 M H_2S तथा 0.20 M HCl है। यदि H_2S से HS^- बनने का साम्य स्थिरांक 1.0×10^{-7} हो तथा HS^- से S^{2-} बनने का साम्य स्थिरांक 1.2×10^{-13} हो तो जलीय विलयन में S^{2-} आयनों की सान्द्रता होगी :

(1) 5×10^{-8} (2) 3×10^{-20}

(3) 6×10^{-21} (4) 5×10^{-19}

उत्तर (2)

हल बाह्य H^+ की उपस्थिति में,

$$H_2S \rightleftharpoons 2H^+ + S^{2-},\ K_{a_1}\cdot K_{a_2} = K_{eq}$$

$$\therefore \frac{[H^+]^2[S^{2-}]}{[H_2S]} = 1\times 10^{-7}\times 1.2\times 10^{-13}$$

$$\frac{[0.2]^2[S^{2-}]}{[0.1]} = 1.2\times 10^{-20}$$

$[S^{2-}] = 3 \times 10^{-20}$

38. एक जलीय विलयन में Ba^{2+} है जिसकी सान्द्रता अज्ञात है। उसमें 1 M Na_2SO_4 के 50 mL विलयन मिलाते ही $BaSO_4$ का अवक्षेप बनना शुरू हो जाता है। अंतिम आयतन 500 mL है। $BaSO_4$ का विलेयता गुणांक 1×10^{-10} है। Ba^{2+} की मूल सान्द्रता रही होगी :

(1) 5×10^{-9} M

(2) 2×10^{-9} M

(3) 1.1×10^{-9} M

(4) 1.0×10^{-10} M

उत्तर (3)

हल $[SO_4^{--}]$ की अंतिम सांद्रता = $\frac{[50\times 1]}{[500]}$ = 0.1 M

$BaSO_4$ का K_{sp}

$[Ba^{2+}][SO_4^{2-}] = 1 \times 10^{-10}$

$[Ba^{2+}][0.1] = \frac{10^{-10}}{0.1} = 10^{-9}$ M

अंतिम विलयन में Ba^{2+} की सांद्रता = 10^{-9} M

मूल विलयन में Ba^{2+} की सांद्रता

$M_1V_1 = M_2V_2$

M_1 (500 – 50) = 10^{-9} (500)

$M_1 = 1.11 \times 10^{-9}$ M

अतः विकल्प (3) सही है।

39. 518°C पर गैसीय एसिटल्डिहाइड के एक प्रतिदर्श की वियोजन दर, जिसका प्रारम्भिक दाब 363 टार था, 5% अभिक्रिया कर लेने पर 1.00 Torr s^{-1} तथा 33% अभिक्रिया कर लेने पर 0.5 torr s^{-1} पायी गयी। अभिक्रिया की कोटि है :

(1) 2 (2) 3

(3) 1 (4) 0

उत्तर (1)

हल माना एसीटैल्डिहाइड के संदर्भ में अभिक्रिया कोटि x है।

स्थिति-1 :

दर = $k[CH_3CHO]^x$

$1 = k[363 \times 0.95]^x$

$1 = k[344.85]^x$ ...(i)

स्थिति-2 :

$0.5 = k[363 \times 0.67]^x$

$0.5 = k[243.21]^x$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से,

$$\frac{1}{0.5} = \left(\frac{344.85}{243.21}\right)^x \Rightarrow 2 = (1.414)^x$$

$\Rightarrow x = 2$

40. 100 एम्पियर विद्युत धारा प्रवाहित करके जल का लगभग कितनी देर तक विद्युत अपघटन किया जाये कि निकलने वाली ऑक्सीजन 27.66 g डाइबोरेन को पूर्ण रूप से जला सके?

(B का परमाणु भार = 10.8 u)

(1) 6.4 घंटा (2) 0.8 घंटा

(3) 3.2 घंटा (4) 1.6 घंटा

उत्तर (3)

हल $B_2H_6 + 3O_2 \longrightarrow B_2O_3 + 3H_2O$

27.66 g B_2H_6 = 1 मोल B_2H_6 जिसे पूर्ण दहन के लिए तीन मोल ऑक्सीजन (O_2) की आवश्यकता है।

$6H_2O \longrightarrow 6H_2 + 3O_2$ (विद्युतअपघटन पर)

फेराडे की संख्या = 12 = आवेश की मात्रा

$12 \times 96500 = i \times t$

$12 \times 96500 = 100 \times t$

$t = \frac{12 \times 96500}{100}$ सेकण्ड

$t = \frac{12 \times 96500}{100 \times 3600}$ घण्टे

t = 3.2 घण्टे

41. पेयजल में फ्लोराइड आयन की अनुशंसित सान्द्रता 1ppm तक है। चूँकि दाँत एनामेल को कठोर बनाने में फ्लोराइड आयन की आवश्यकता होती है जो $[3Ca_3(PO_4)_2Ca(OH)_2]$ को निम्न में बदलकर करती है :

(1) $[CaF_2]$

(2) $[3(CaF_2).Ca(OH)_2]$

(3) $[3Ca_3(PO_4)_2.CaF_2]$

(4) $[3\{Ca(OH)_2\}.CaF_2]$

उत्तर (3)

हल F^- आयन निम्न के आवरण द्वारा दांत एनामेल को कठोर बनाता है $\underset{\text{हाइड्रॉक्सीए पेटाइट}}{[3Ca_3(PO_4)_2.Ca(OH)_2]}$ से $\underset{\text{फ्लुओरैपेटाइट}}{[3Ca_3(PO_4)_2.CaF_2]}$

42. निम्न यौगिकों में से किसमें सहसंयोजक आबन्ध नहीं है/हैं?

$KCl, PH_3, O_2, B_2H_6, H_2SO_4$

(1) KCl, B_2H_6, PH_3

(2) KCl, H_2SO_4

(3) KCl

(4) KCl, B_2H_6

उत्तर (3)

हल KCl – K^+ तथा Cl^- के मध्य आयनिक बंध

PH_3 – P तथा H के मध्य सहसंयोजक बंध

O_2 – O परमाणुओं के मध्य सहसंयोजक बंध

B_2H_6 – B तथा H परमाणुओं के मध्य सहसंयोजक बंध

H_2SO_4 – S तथा O व O तथा H के मध्य सहसंयोजक बंध

$\therefore$ सहसंयोजक बंध रहित यौगिक केवल KCl है।

43. निम्न में से कौन लुईस अम्ल है?

(1) PH_3 तथा BCl_3 (2) $AlCl_3$ तथा $SiCl_4$

(3) PH_3 तथा $SiCl_4$ (4) BCl_3 तथा $AlCl_3$

उत्तर (4)*

हल BCl_3 – इलेक्ट्रॉन न्यून, अपूर्ण अष्ठक

$AlCl_3$ – इलेक्ट्रॉन न्यून, अपूर्ण अष्ठक

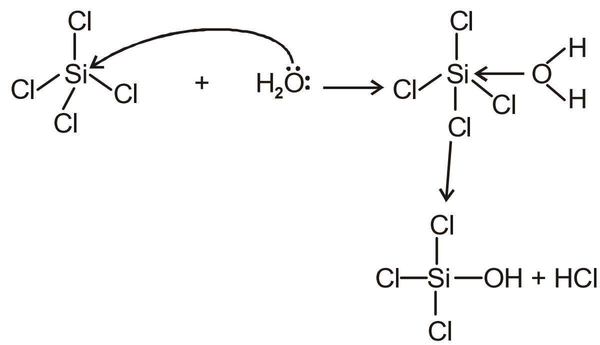
उत्तर-(4) BCl_3 तथा $AlCl_3$

$SiCl_4$ सिलिकन के *d*-कक्षक में एकांकी इलेक्ट्रॉन युग्म ग्रहण कर सकता है। अत: यह लूईस अम्ल के रूप में कार्य कर सकता है।

हालांकि अत्यधिक उपयुक्त उत्तर (4) है।

फिर भी उत्तर (4) व (2) को सही उत्तर माना जा सकता है।

उदाहरण : $SiCl_4$ का जलअपघटन हो जाता है



अतः उत्तर (2) $AlCl_3$ तथा $SiCl_4$ भी सही है।

44. I_3^- आयन में इलेक्ट्रॉनों के एकाकी युग्म की कुल संख्या होगी

(1) 3

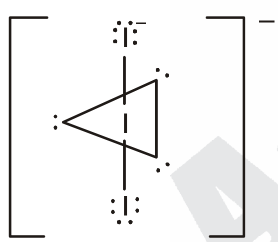
(2) 6

(3) 9

(4) 12

उत्तर (3)

हल I_3^- की संरचना निम्न है



$I_3^{\ominus}$ में एकांकी युग्म की संख्या = 9.

45. निम्न लवणों में कौन सा जलीय विलयन में सर्वाधिक क्षारीय है?

(1) $Al(CN)_3$

(2) CH_3COOK

(3) $FeCl_3$

(4) $Pb(CH_3COO)_2$

उत्तर (2)

हल $CH_3COOK + H_2O \longrightarrow CH_3COOH + KOH$ (क्षार)

$FeCl_3$ – अम्लीय विलयन

$Al(CN)_3$ – दुर्बल अम्ल व दुर्बल क्षार का लवण

$Pb(CH_3COO)_2$ – दुर्बल अम्ल तथा दुर्बल क्षार का लवण

CH_3COOK दुर्बल अम्ल तथा प्रबल क्षार का लवण है

अतः CH_3COOK का विलयन क्षारीय होगा।

46. हाइड्रोजन पेराक्साइड अम्लीय माध्यम में, $[Fe(CN)_6]^{4-}$ को $[Fe(CN)_6]^{3-}$ में उपचयित करता है परन्तु क्षारीय माध्यम में $[Fe(CN)_6]^{3-}$ को $[Fe(CN)_6]^{4-}$ में अपचयित करता है। अन्य बनने वाले उत्पाद क्रमशः हैं:

(1) $(H_2O + O_2)$ तथा H_2O

(2) $(H_2O + O_2)$ तथा $(H_2O + OH^-)$

(3) H_2O तथा $(H_2O + O_2)$

(4) H_2O तथा $(H_2O + OH^-)$

उत्तर (3)

हल $[Fe(CN)_6]^{4-} + \frac{1}{2}H_2O_2 + H^+ \longrightarrow [Fe(CN)_6]^{3-} + H_2O$

$[Fe(CN)_6]^{3-} + \frac{1}{2}H_2O_2 + OH^- \longrightarrow [Fe(CN)_6]^{4-} + H_2O + \frac{1}{2}O_2$

47. $\left[Cr(H_2O)_6\right]Cl_3, \left[Cr(C_6H_6)_2\right]$, तथा $K_2\left[Cr(CN)_2(O)_2(O_2)(NH_3)\right]$ में क्रोमियम की आक्सीकरण अवस्थायें क्रमशः है :

(1) +3, +4 तथा +6 (2) +3, +2 तथा +4

(3) +3, 0 तथा +6 (4) +3, 0 तथा +4

उत्तर (3)

हल $\left[Cr(H_2O)_6\right]Cl_3 \Rightarrow x + 0\times6 - 1\times3 = 0$

$\therefore x = +3$

$\left[Cr(C_6H_6)_2\right] \Rightarrow x + 2\times0 = 0$

$x = 0$

$K_2\left[Cr(CN)_2(O_2)(O_2)NH_3\right]$

$\Rightarrow 1\times2 + x - 1\times2 - 2\times2 - 2\times1 = 0$

$\Rightarrow x - 6 = 0$

$x = +6$

48. वह यौगिक जो तापीय विघटन द्वारा नाइट्रोजन गैस नहीं उत्पन्न करता, है :

(1) $Ba(N_3)_2$ (2) $(NH_4)_2Cr_2O_7$

(3) NH_4NO_2 (4) $(NH_4)_2SO_4$

उत्तर (4)

हल $(NH_4)_2Cr_2O_7 \xrightarrow{\Delta} N_2 + 4H_2O + Cr_2O_3$

$(NH_4)NO_2 \xrightarrow{\Delta} N_2 + 2H_2O$

$(NH_4)_2SO_4 \xrightarrow{\Delta} 2NH_3 + H_2SO_4$

$Ba(N_3)_2 \xrightarrow{\Delta} Ba + 3N_2$

दिये गये सभी यौगिकों में केवल $(NH_4)_2SO_4$ गर्म करने पर नाइट्रोजन नहीं देता, यह अमोनिया गैस देता है।

49. जब एक धातु 'M' को NaOH के साथ अभिक्रियित किया जाता है तो एक सफेद जिलेटिनस अवक्षेप 'X' प्राप्त होता है जो NaOH के आधिक्य में घुलनशील है। यौगिक 'X' को जब अधिक गरम किया जाता है तो एक ऑक्साइड प्राप्त होती है जो क्रोमेटोग्राफी में एक अधिशोषक के रूप में प्रयुक्त होती है। धातु 'M' है :

(1) Zn (2) Ca

(3) Al (4) Fe

उत्तर (3)

हल $Al^{3+} \xrightarrow{NaOH} \underset{\text{सफेद जिलेटिनस अवक्षेप}}{Al(OH)_3 \downarrow} \xrightarrow{\text{NaOH का आधिक्य}} \underset{\text{सोडियम मेटा एलुमिनेट (विलेयशील)}}{NaAlO_2}$

$2Al(OH)_3 \xrightarrow{\text{प्रबल ऊष्मन}} Al_2O_3 + 3H_2O$

Al_2O_3 का उपयोग स्तम्भ वर्णलेखिकी में किया जाता है।

50. निम्न अभिक्रिया तथा कथनों पर विचार कीजिए :

$[Co(NH_3)_4Br_2]^+ + Br^- \rightarrow [Co(NH_3)_3Br_3] + NH_3$

(I) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *सिस*-समावयवी है।

(II) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *ट्रांस*-समावयवी है।

(III) मात्र एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *ट्रांस*-समावयवी है।

(IV) केवल एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *सिस*-समावयवी है।

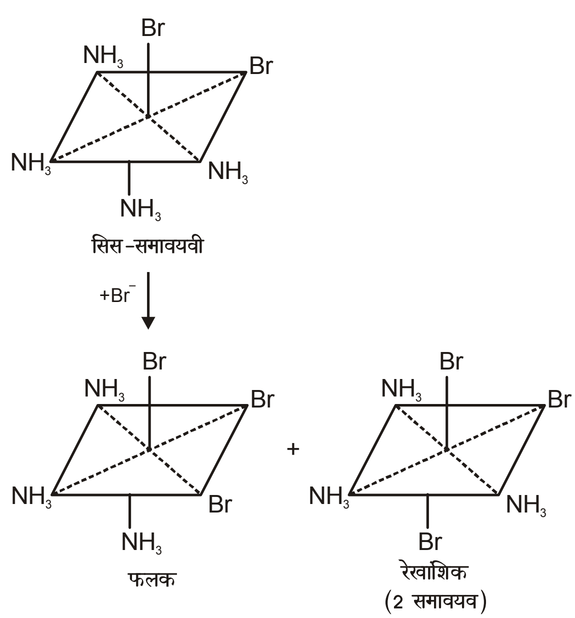
सही कथन हैं:

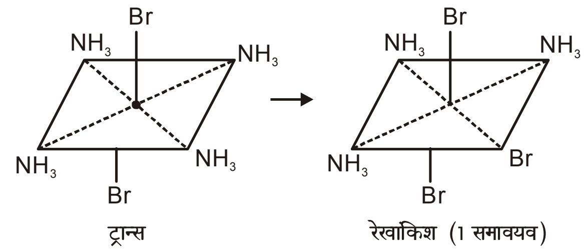
(1) (I) और (II) (2) (I) और (III)

(3) (III) और (IV) (4) (II) और (IV)

उत्तर (2)

हल





अतः विकल्प (2) सही है।

51. ग्लूकोज को HI के साथ लम्बे समय तक गर्म करने पर प्राप्त होता है:

(1) *n*-हेक्सेन

(2) 1-हेक्सीन

(3) हेक्सानोइक एसिड

(4) 6-आयडोहेक्सेनल

उत्तर (1)

हल $CHO-(CH-OH)_4-CH_2-OH \xrightarrow{HI,\ \Delta} \underset{\text{n-हेक्सेन}}{CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3}$

52. निम्न में से किसके साथ एल्काइनों के अपचयन द्वारा ट्रान्स-एल्कीन्स बनते हैं?

(1) H_2 - Pd/C, $BaSO_4$ (2) $NaBH_4$

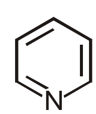
(3) Na/liq. NH_3 (4) Sn - HCl

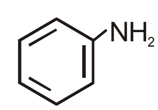
उत्तर (3)

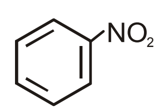
हल $CH_3-C \equiv C-CH_3 \xrightarrow{\text{Na/द्रव } NH_3} \underset{\text{ट्रांस एल्कीन}}{(CH_3)HC=CH(CH_3)}$

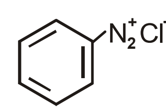
अतः विकल्प (3) सही है।

53. नाइट्रोजन आकलन के लिए केल्डाल विधि में निम्न यौगिकों में से कौन उपयुक्त होगा?

(1) 

(2) 

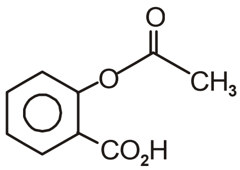
(3) 

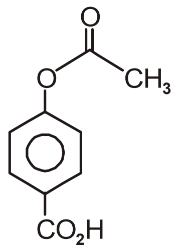
(4) 

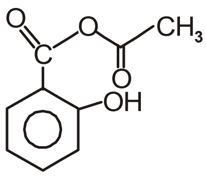
उत्तर (2)

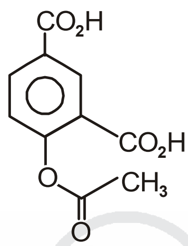
हल केल्डॉल विधि उन यौगिकों के लिए लागू नहीं होती जिनमें नाइट्रोजन नाइट्रो, एजो समूहों तथा वलय में उपस्थित होती है क्योंकि इन परिस्थितियों में इन यौगिकों की N अमोनियम सल्फेट में परिवर्तित नहीं होती। अतः एनिलीन को केल्डॉल विधि द्वारा नाइट्रोजन के आकलन के लिए प्रयुक्त किया जा सकता है।

54. NaOH की उपस्थिति में फेनॉल CO_2 के साथ अभिक्रियित करने तदुपरान्त अम्लित करने पर एक यौगिक X मुख्य उत्पाद के रूप में देता है। H_2SO_4 की उत्प्रेरकीय मात्रा में उपस्थित रहने में X को $(CH_3CO)_2O$ के साथ अभिक्रियित करने पर प्राप्त होगा:

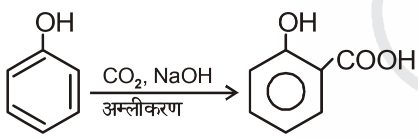
(1) 

(2) 

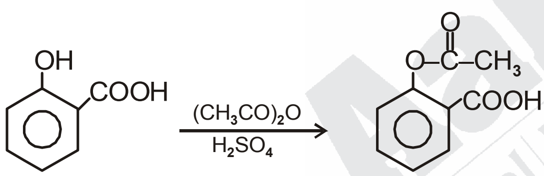
(3) 

(4) 

उत्तर (1)

हल 

(मुख्य)



एसीटिल सैलिसिलिक अम्ल
(एस्पिरीन)

55. मेथिल आरेन्ज को एक सूचक के रूप में प्रयोग करके, एक क्षार को एक अम्ल के विरुद्ध अनुमापित किया जाता है। निम्न में से कौनसा एक सही संयोग है?

	क्षार	अम्ल	अन्त्य बिन्दु
(1)	दुर्बल	प्रबल	रंगहीन से गुलाबी
(2)	प्रबल	प्रबल	गुलाबी लाल से पीला
(3)	दुर्बल	प्रबल	पीले से गुलाबी लाल
(4)	प्रबल	प्रबल	गुलाबी से रंगहीन

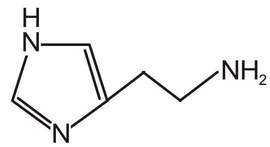
उत्तर (3)

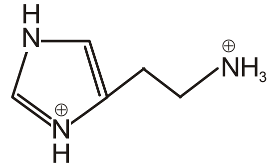
हल मेथिल ऑरेन्ज की pH परास निम्न होती है

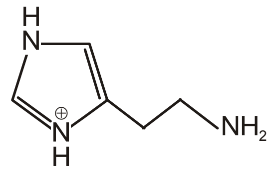
← गुलाबी लाल — 3.9—4.5 — पीला →

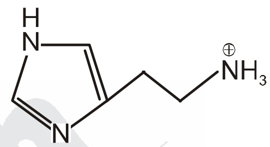
दुर्बल क्षार की pH 7 से अधिक है। जब दुर्बल क्षार के विलयन में मेथिल ऑरेन्ज मिलाया जाता है तो विलयन पीला हो जाता है। इस विलयन का अनुमापन प्रबल अम्ल के साथ करने पर अन्तिम बिन्दु पर pH 3.1 से कम हो जाती है। अतः विलयन गुलाबी लाल हो जाता है।

56. मानव रक्त में उपस्थित हिस्टामिन का प्रमुख रूप है (pK_a, = हिस्टाडिन = 6.0)

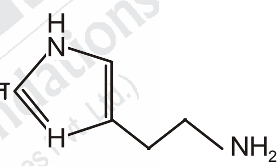
(1) 

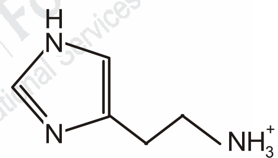
(2) 

(3) 

(4) 

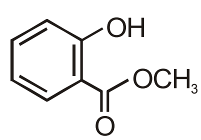
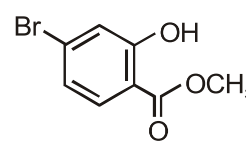
उत्तर (4)

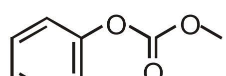
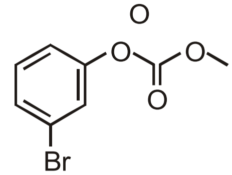
हल हिस्टामिन 

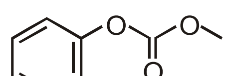
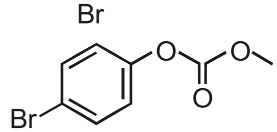


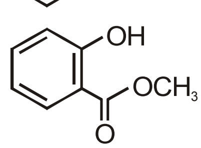
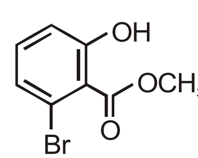
pH (7.4) पर हिस्टामिन का मुख्य रूप प्राथमिक एमीन पर प्रोटॉनीकृत रूप होता है।

57. NaOH की उपस्थिति में फेनाल, मेथिल क्लोरोफार्मेट से अभिक्रिया करके A उत्पाद बनाता है। A, Br_2 के साथ अभिक्रिया करके उत्पाद B देता है। A तथा B क्रमशः हैं :

(1)  तथा 

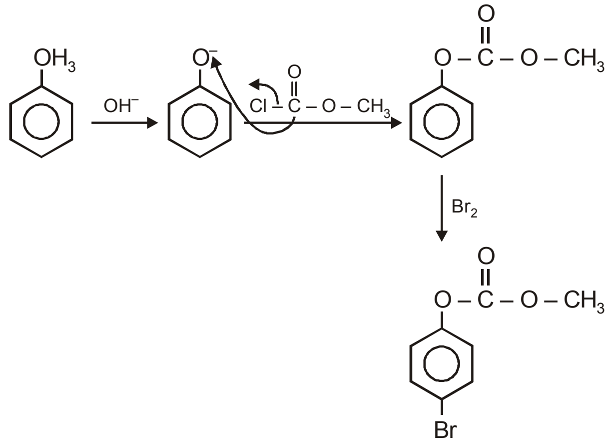
(2)  तथा 

(3)  तथा 

(4)  तथा 

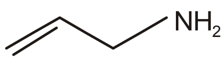
उत्तर (3)

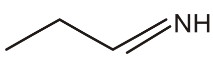
हल

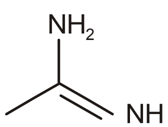


अत: विकल्प (3) सही है।

58. निम्न यौगिकों की क्षारीयता का बढ़ता क्रम है :

(a) 

(b) 

(c) 

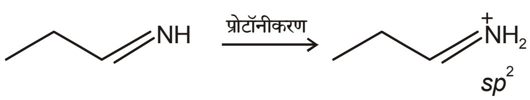
(d)

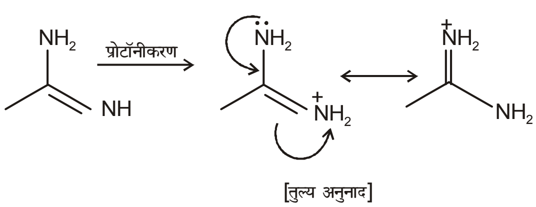
(1) (a) < (b) < (c) < (d) (2) (b) < (a) < (c) < (d)

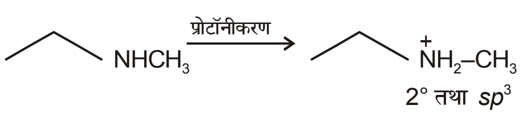
(3) (b) < (a) < (d) < (c) (4) (d) < (b) < (a) < (c)

उत्तर (3)

हल (a)

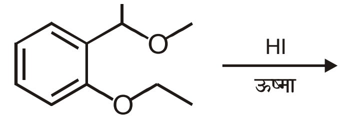
(b) 

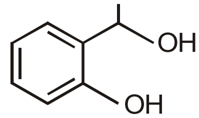
(c) 

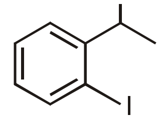
(d) 

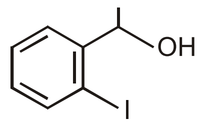
∴ क्षारकता का सही क्रम : b < a < d < c.

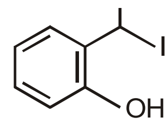
59. निम्न अभिक्रिया में बनने वाला मुख्य उत्पाद है



(1) 

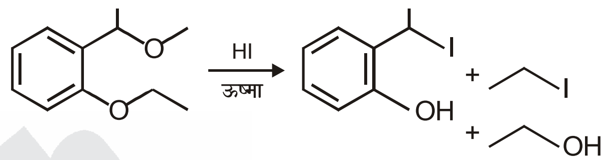
(2) 

(3) 

(4) 

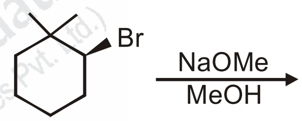
उत्तर (4)

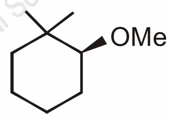
हल

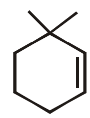


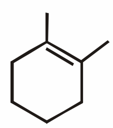
अत: विकल्प (4) सही है।

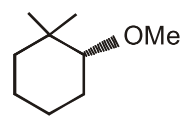
60. निम्न अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है :



(1) 

(2) 

(3) 

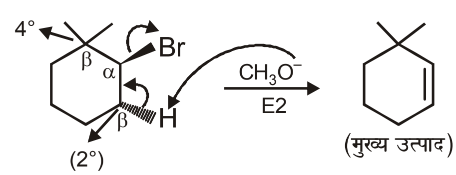
(4) 

उत्तर (2)

हल CH_3O^- एक प्रबल क्षार तथा प्रबल नाभिकीस्नेही है अत: उपयुक्त परिस्थिति $S_N2/E2$ है।

दिया गया है एल्किल हैलाइड 2° है तथा β C's ; 4° तथा 2° है, अत: पर्याप्त रूप से बाधित है, S_N2 की अपेक्षा E2 प्रभावी है।

और, CH_3OH (विलायक) की ध्रुवता H_2O जितनी उच्च नहीं हैं अत: E1 भी E2 से प्रभावी है।.



PART–C : Mathematics

61. दो समुच्चय A तथा B निम्न प्रकार के है :

$A = \{(a, b) \in R \times R : |a - 5| < 1$ तथा $|b - 5| < 1\}$;

$B = \{(a, b) \in R \times R : 4(a - 6)^2 + 9(b - 5)^2 \le 36\}$,

तो :

(1) $B \subset A$

(2) $A \subset B$

(3) $A \cap B = \phi$ (एक रिक्त समुच्चय)

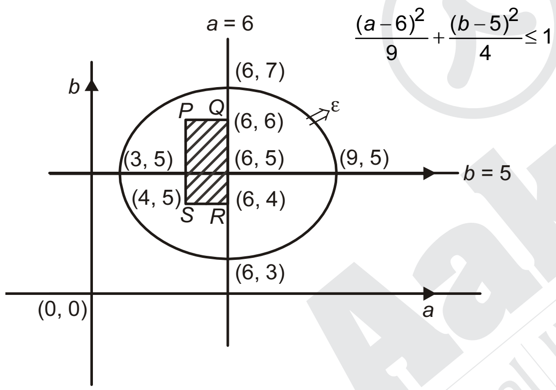
(4) न तो $A \subset B$ और न ही $B \subset A$

उत्तर (2)

हल चूँकि, $|a - 5| < 1$ तथा $|b - 5| < 1$

$\Rightarrow$ $4 < a, b < 6$ तथा $\dfrac{(a-6)^2}{9} + \dfrac{(b-5)^2}{4} \le 1$

अक्षों को a-अक्ष तथा b-अक्ष के रूप में लेने पर



समुच्चय A समुच्चय B के अन्दर वर्ग $PQRS$ को निरूपित करता है जो दीर्घवृत्त को दर्शाता है अत: $A \subset B$.

62. माना $S = \{x \in R\} : x \ge 0$ तथा

$2\left|\sqrt{x} - 3\right| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0\}$ तो S :

(1) एक रिक्त समुच्चय है

(2) में मात्र एक ही अवयव है

(3) में मात्र दो अवयव हैं

(4) में मात्र चार अवयव हैं

उत्तर (3)

हल $2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0$

$2|\sqrt{x} - 3| + (\sqrt{x} - 3 + 3)(\sqrt{x} - 3 - 3) + 6 = 0$

$2|\sqrt{x} - 3| + (\sqrt{x} - 3)^2 - 3 = 0$

$(\sqrt{x} - 3)^2 + 2|\sqrt{x} - 3| - 3 = 0$

$(|\sqrt{x} - 3| + 3)(|\sqrt{x} - 3| - 1) = 0$

$\Rightarrow$ $|\sqrt{x} - 3| = 1, |\sqrt{x} - 3| + 3 \ne 0$

$\Rightarrow$ $\sqrt{x} - 3 = \pm 1$

$\Rightarrow$ $\sqrt{x} = 4, 2$

$x = 16, 4$

63. यदि $\alpha, \beta \in C$, समीकरण $x^2 - x + 1 = 0$ के विभिन्न मूल हैं, तो $\alpha^{101} + \beta^{107}$ बराबर हैं

(1) –1 (2) 0

(3) 1 (4) 2

उत्तर (3)

हल $x^2 - x + 1 = 0$

मूल $-\omega, -\omega^2$ है

माना $\alpha = -\omega, \beta = -\omega^2$

$\alpha^{101} + \beta^{107} = (-\omega)^{101} + (-\omega^2)^{107}$

$= -(\omega^{101} + \omega^{214})$

$= -(\omega^2 + \omega)$

$= 1$

64. यदि $\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (A + Bx)(x - A)^2$ है, तो क्रमित युग्म (A, B) बराबर है :

(1) (–4, –5) (2) (–4, 3)

(3) (–4, 5) (4) (4, 5)

उत्तर (3)

हल $\Delta = \begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix}$

$x = -4$ सभी तीन पंक्ति समरूप निर्मित करता है

अत: $(x + 4)^2$ खण्ड होगा

तथा, $C_1 \to C_1 + C_2 + C_2$

$\Delta = \begin{vmatrix} 5x-4 & 2x & 2x \\ 5x-4 & x-4 & 2x \\ 5x-4 & 2x & x-4 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow$ $5x - 4$ एक खण्ड है

$\Delta = \lambda(5x - 4)(x + 4)^2$

$\therefore$ $B = 5, A = -4$

Aakash Medical|IIT-JEE|Foundations (Divisions of Aakash Educational Services Pvt. Ltd.)

65. यदि रैखिक समीकरण निकाय

$x + ky + 3z = 0$

$3x + ky - 2z = 0$

$2x + 4y - 3z = 0$

का एक शून्येतर हल (x, y, z) है, तो $\frac{xz}{y^2}$ बराबर है

(1) –10 (2) 10

(3) –30 (4) 30

उत्तर (2)

हल $\because$ समीकरण के निकाय का अशून्य हल है।

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & k & 3 \\ 3 & k & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 44 - 4k = 0$

$\therefore k = 11$

माना $z = \lambda$

$\therefore x + 11y = -3\lambda$

तथा $3x + 11y = 2\lambda$

$$\therefore x = \frac{5\lambda}{2}, y = -\frac{\lambda}{2}, z = \lambda$$

$$\therefore \frac{xz}{y^2} = \frac{\frac{5\lambda}{2}\cdot\lambda}{\left(-\frac{\lambda}{2}\right)^2} = 10$$

66. 6 भिन्न उपन्यासों तथा 3 भिन्न शब्दकोशों में से 4 उपन्यासों तथा 1 शब्दकोश को चुनकर एक पंक्ति में एक शैल्फ इस प्रकार सजाया जाना है कि शब्दकोश सदा मध्य में हो। इस प्रकार के विन्यासों (arrangements) की संख्या है :

(1) कम से कम 1000

(2) 500 से कम

(3) कम से कम 500 लेकिन 750 से कम

(4) कम से कम 750 लेकिन 1000 से कम

उत्तर (1)

हल 6 उपन्यासों में से 4 उपन्यासों के चयन के तरीकों की संख्या $= {}^6C_4$

3 शब्दकोशों में से 1 शब्दकोश के चयन के तरीकों की संख्या $= {}^3C_1$

अपेक्षित विन्यास $= {}^6C_4 \times {}^3C_1 \times 4! = 1080$

$\Rightarrow$ कम से कम 1000

67. $\left(x+\sqrt{x^3-1}\right)^5+\left(x-\sqrt{x^3-1}\right)^5, (x > 1)$ के प्रसार में सभी विषम घातों वाले पदों के गुणांकों का योग है :

(1) –1 (2) 0

(3) 1 (4) 2

उत्तर (4)

हल $\left(x+\sqrt{x^3-1}\right)^5+\left(x-\sqrt{x^3-1}\right)^5$

$$= 2\left[{}^5C_0\, x^5 + {}^5C_2\, x^3(x^3-1) + {}^5C_4\, x(x^3-1)^2\right]$$

$$= 2\left[x^5 + 10(x^6 - x^3) + 5x(x^6 - 2x^3 + 1)\right]$$

$$= 2\left[x^5 + 10x^6 - 10x^3 + 5x^7 - 10x^4 + 5x\right]$$

$$= 2\left[5x^7 + 10x^6 + x^5 - 10x^4 - 10x^3 + 5x\right]$$

विषम घात वाले पदों के गुणांकों का योगफल

$= 2(5 + 1 - 10 + 5)$

$= 2$

68. माना $a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots, a_{49}$ एक समांतर श्रेढ़ी में ऐसे हैं कि $\sum_{k=0}^{12} a_{4k+1} = 416$ तथा $a_9 + a_{43} = 66$ है। यदि $a_1^2 + a_2^2 + \ldots a_{17}^2 = 140\,m$ है, तो m बराबर है

(1) 66 (2) 68

(3) 34 (4) 33

उत्तर (3)

हल माना $a_1 = a$ तथा सार्व अन्तर $= d$

दिया है कि, $a_1 + a_5 + a_9 + \ldots\ldots + a_{49} = 416$

$\Rightarrow a + 24d = 32$ ...(i)

तथा, $a_9 + a_{43} = 66 \Rightarrow a + 25d = 33$ ...(ii)

(i) व (ii) हल करने पर

यहाँ $d = 1$, $a = 8$

अब, $a_1^2 + a_2^2 + \ldots\ldots + a_{17}^2 = 140m$

$$\Rightarrow 8^2 + 9^2 + \ldots\ldots + 24^2 = 140m$$

$$\Rightarrow \frac{24\times25\times49}{6} - \frac{7\times8\times15}{6} = 140m$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 34}$$

69. माना श्रेणी $1^2 + 2.2^2 + 3^2 + 2.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + ...$ के प्रथम 20 पदों का योग A है तथा प्रथम 40 पदों का योग B है।

यदि $B - 2A = 100\lambda$, तो λ बराबर है

(1) 232 (2) 248

(3) 464 (4) 496

उत्तर (2)

हल $A = 1^2 + 2.2^2 + 3^2 + ... + 2.20^2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 20^2) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2)$

$= \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + \frac{4 \times 10 \times 11 \times 21}{6}$

$= 2870 + 1540 = 4410$

$B = 1^2 + 2.2^2 + 3^2 + ... + 2.40^2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 40^2) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 20^2)$

$= \frac{40 \times 41 \times 81}{6} + \frac{4 \times 20 \times 21 \times 41}{6}$

$= 22140 + 11480 = 33620$

$\Rightarrow B - 2A = 33620 - 8820 = 24800$

$\Rightarrow 100\lambda = 24800$

$\lambda = 248$

70. प्रत्येक $t \in R$ के लिए माना $[t]$, t अथवा t से छोटा महत्तम पूर्णांक है, तो

$$\lim_{x \to 0+} x\left(\left[\frac{1}{x}\right] + \left[\frac{2}{x}\right] + ... + \left[\frac{15}{x}\right]\right)$$

(1) 0 के बराबर हैं

(2) 15 के बराबर है

(3) 120 के बराबर है

(4) (R में) इसका अस्तित्व नहीं है

उत्तर (3)

हल चूँकि $\frac{1}{x} - 1 < \left[\frac{1}{x}\right] \le \frac{1}{x}$

$\frac{2}{x} - 1 < \left[\frac{2}{x}\right] \le \frac{2}{x}$

$\sum_{r=1}^{15}\left(\frac{r}{x} - 1\right) < \sum_{r=1}^{15}\left(\frac{r}{x}\right) \le \sum_{r=1}^{15}\frac{r}{x}$

$120 < \lim_{x \to 0^+} x\left(\sum_{r=1}^{15}\left[\frac{r}{x}\right]\right) \le 120$

$\Rightarrow \lim_{x \to 0^+} x\left(\left[\frac{1}{x}\right] + \left[\frac{2}{x}\right] + ... + \left[\frac{15}{x}\right]\right) = 120$

71. माना $S = \{t \in R : f(x) = |x - \pi| \cdot (e^{|x|} - 1)\sin|x|$ जो t पर अवकलनीय नहीं है) तो समुच्चय S बराबर है

(1) ϕ (एक रिक्त समुच्चय) (2) $\{0\}$

(3) $\{\pi\}$ (4) $\{0, \pi\}$

उत्तर (1)

हल $f(x) = |x - \pi|(e^{|x|} - 1)\sin|x|$

$x = \pi$, 0 पुनरावर्त मूल हैं तथा सतत् भी है।

अतः, x के सभी मानों पर 'f' अवकलनीय है।

72. यदि वक्र $y^2 = 6x$ तथा $9x^2 + by^2 = 16$ समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो b का मान है

(1) 6 (2) $\frac{7}{2}$

(3) 4 (4) $\frac{9}{2}$

उत्तर (4)

हल $y^2 = 6x$; (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $m_1 = \frac{3}{y_1}$ है

तथा $9x^2 + by^2 = 16$; (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता

$m_2 = \frac{-9x_1}{by_1}$

चूँकि $m_1m_2 = -1$

$\Rightarrow \frac{-27x_1}{by_1^2} = -1$

$\Rightarrow b = \frac{9}{2}$ (चूँकि $y_1^2 = 6x_1$)

73. माना $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ तथा $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \in R - [-1, 0, 1]$ है। यदि $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ है, तो $h(x)$ का स्थानीय न्यूनतम मान है:

(1) 3

(2) –3

(3) $-2\sqrt{2}$

(4) $2\sqrt{2}$

उत्तर (4)

हल $h(x) = \dfrac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x - \frac{1}{x}}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right) + \dfrac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)}$

$x - \dfrac{1}{x} > 0,\ \left(x - \frac{1}{x}\right) + \dfrac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \in (2\sqrt{2},\ \infty]$

$x - \dfrac{1}{x} < 0,\ \left(x - \frac{1}{x}\right) + \dfrac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \in (-\infty, -2\sqrt{2}]$

स्थानीय न्यूनतम मान $2\sqrt{2}$ है

74. समाकल

$\displaystyle\int \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{(\sin^5 x + \cos^3 x \sin^2 x + \sin^3 x \cos^2 x + \cos^5 x)} dx$ बराबर है

(1) $\dfrac{1}{3(1+\tan^3 x)} + C$ (2) $\dfrac{-1}{3(1+\tan^3 x)} + C$

(3) $\dfrac{1}{1+\cot^3 x} + C$ (4) $\dfrac{-1}{1+\cot^3 x} + C$

(जहाँ C एक समाकलन अचर है)

उत्तर (2)

हल $I = \displaystyle\int \frac{\sin^2 x . \cos^2 x\, dx}{\{(\sin^2 x + \cos^2 x)\,(\sin^3 x + \cos^3 x)\}^2}$

अंश व हर में $\cos^6 x$ से भाग देने पर

$\Rightarrow \quad I = \displaystyle\int \frac{\tan^2 x \sec^2 x\, dx}{(1+\tan^3 x)^2}$

माना, $\tan^3 x = z$

$\Rightarrow \quad 3\tan^2 x . \sec^2 x dx = dz$

$I = \dfrac{1}{3}\displaystyle\int \frac{dz}{z^2} = \frac{-1}{3z} + C$

$= \dfrac{-1}{3(1+\tan^3 x)} + C$

75. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1+2^x} dx$ का मान है:

(1) $\dfrac{\pi}{8}$ (2) $\dfrac{\pi}{2}$

(3) 4π (4) $\dfrac{\pi}{4}$

उत्तर (4)

हल $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x dx}{1+2^x}$ ... (i)

तथा, $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2^x \sin^2 x dx}{1+2^x}$ ... (ii)

(i) व (ii) का योग करने पर

$2I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

$2I = 2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ ... (iii)

$I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$ ... (iv)

(iii) व (iv) का योग करने पर

$2I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$

76. माना $g(x) = \cos x^2, f(x) = \sqrt{x}$, तथा $\alpha, \beta\ (\alpha < \beta)$ द्विघाती समीकरण $18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$ के मूल हैं। तो वक्र $y = (gof)(x)$ तथा रेखाओं $x = \alpha,\ x = \beta$ तथा $y = 0$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) हैं

(1) $\dfrac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$ (2) $\dfrac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$

(3) $\dfrac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ (4) $\dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$

उत्तर (1)

हल $18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$

$(6x - \pi)(3x - \pi) = 0$

$\therefore \quad x = \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{3}$

$\alpha = \dfrac{\pi}{6},\ \beta = \dfrac{\pi}{3}$

$y = (gof)(x) = \cos x$

Aakash Medical|IIT-JEE|Foundations (Divisions of Aakash Educational Services Pvt. Ltd.)

क्षेत्रफल $= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x\, dx = (\sin x)_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ वर्ग इकाई

77. माना अवकल समीकरण

$\sin x \dfrac{dy}{dx} + y\cos x = 4x,\ x \in (0, \pi)$ का $y = y(x)$ एक हल है। यदि $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ है, तो $y\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ बराबर है

(1) $\dfrac{4}{9\sqrt{3}}\pi^2$

(2) $\dfrac{-8}{9\sqrt{3}}\pi^2$

(3) $-\dfrac{8}{9}\pi^2$

(4) $-\dfrac{4}{9}\pi^2$

उत्तर (3)

हल $\sin x \dfrac{dy}{dx} + y\cos x = 4x$, $x \in (0, \pi)$

$\dfrac{dy}{dx} + y\cot x = \dfrac{4x}{\sin x}$

$\therefore$ $\text{I.F.} = e^{\int \cot x\, dx} = \sin x$

$\therefore$ हल दिया गया है :

$y\sin x = \int \dfrac{4x}{\sin x} \cdot \sin x\, dx$

$y \cdot \sin x = 2x^2 + c$

जब $x = \dfrac{\pi}{2}$, $y = 0$ $\Rightarrow$ $c = -\dfrac{\pi^2}{2}$

$\therefore$ समीकरण : $y\sin x = 2x^2 - \dfrac{\pi^2}{2}$ है

जब $x = \dfrac{\pi}{6}$ तब $y \cdot \dfrac{1}{2} = 2 \cdot \dfrac{\pi^2}{36} - \dfrac{\pi^2}{2}$

$\therefore$ $y = -\dfrac{8\pi^2}{9}$

78. एक सरल रेखा, जो एक अचर बिंदु (2, 3) से होकर जाती है, निर्देशांक अक्षों को दो विभिन्न बिन्दुओं P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि O मूल बिंदु है तथा आयत $OPRQ$ को पूरा किया जाता है तो R का बिंदुपथ है

(1) $3x + 2y = 6$

(2) $2x + 3y = xy$

(3) $3x + 2y = xy$

(4) $3x + 2y = 6xy$

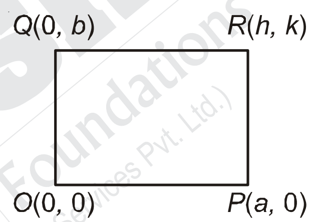
उत्तर (3)

हल माना रेखा का समीकरण $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ है ...(i)

(i) निश्चित बिंदु (2, 3) से गुजरती है

$\Rightarrow \dfrac{2}{a} + \dfrac{3}{b} = 1$ ...(ii)

$P(a, 0)$, $Q(0, b)$, $O(0, 0)$, माना $R(h, k)$,



OR का मध्य बिंदु $\left(\dfrac{h}{2}, \dfrac{k}{2}\right)$ है

PQ का मध्य बिंदु $\left(\dfrac{a}{2}, \dfrac{b}{2}\right)$ है $\Rightarrow h = a,\ \ k = b$ ... (iii)

(ii) व (iii) से,

$\dfrac{2}{h} + \dfrac{3}{k} = 1$ $\Rightarrow R(h, k)$ का बिंदुपथ

$\dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = 1$ $\Rightarrow 3x + 2y = xy$

79. माना एक त्रिभुज का लंब केन्द्र तथा केन्द्रक क्रमशः $A(-3, 5)$ तथा $B(3, 3)$ हैं। यदि इस त्रिभुज का परिकेन्द्र C है, तो रेखाखंड AC को व्यास मान कर बनाए जाने वाले वृत्त की त्रिज्या है

(1) $\sqrt{10}$

(2) $2\sqrt{10}$

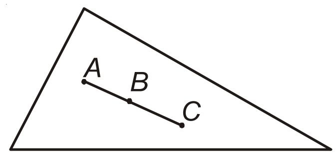
(3) $3\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

(4) $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

उत्तर (3)

हल $A(-3, 5)$

$B(3, 3)$



इसलिए, $AB = 2\sqrt{10}$

अब, चूँकि, $AC = \frac{3}{2}AB$

इसलिए, त्रिज्या = $\frac{3}{4}AB = \frac{3}{2}\sqrt{10} = 3\sqrt{\frac{5}{2}}$

80. यदि वक्र $x^2 = y - 6$ के बिंदु (1, 7) पर बनी स्पर्शरेखा वृत्त $x^2 + y^2 + 16x + 12y + c = 0$ को स्पर्श करती है, तो c का मान है :

(1) 195 (2) 185

(3) 85 (4) 95

उत्तर (4)

हल (1, 7) पर वक्र $x^2 = y - 6$ की स्पर्श रेखा का समीकरण

$$x - 1 = \frac{1}{2}(y + 7) - 6$$

$2x - y + 5 = 0$ ...(i)

वृत्त का केन्द्र = $(-8, -6)$

वृत्त की त्रिज्या $= \sqrt{64 + 36 - c} = \sqrt{100 - c}$

$\because$ रेखा (i), वृत्त को स्पर्श करती है

$$\therefore \left|\frac{2(-8) - (-6) + 5}{\sqrt{4+1}}\right| = \sqrt{100 - c}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{100 - c}$$

$\Rightarrow$ $c = 95$

81. परवलय $y^2 = 16x$ के एक बिंदु $P(16, 16)$ पर स्पर्शरेखा तथा अभिलंब खींचे जाते हैं जो परवलय के अक्ष को बिंदुओं क्रमश: A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि बिंदुओं P, A तथा B से होकर जाने वाले वृत्त का केन्द्र C है तथा $\angle CPB = \theta$, तो $\tan\theta$ का एक मान है :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 2

(3) 3 (4) $\frac{4}{3}$

उत्तर (2)

हल $y^2 = 16x$

$P(16, 16)$ पर स्पर्श रेखा $2y = x + 16$ है ... (1)

$P(16, 16)$ पर अभिलम्ब $y = -2x + 48$ है ... (2)

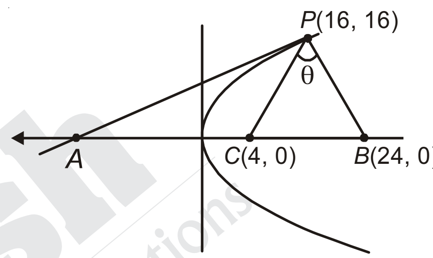
अर्थात्, A, $(-16, 0)$ है; B, $(24, 0)$ है

अब, वृत्त का केन्द्र (4, 0) है

अब, $m_{PC} = \frac{4}{3}$

$m_{PB} = -2$

अर्थात्, $\tan\theta = \left|\frac{\frac{4}{3} + 2}{1 - \frac{8}{3}}\right| = 2$



82. एक अतिपरवलय $4x^2 - y^2 = 36$ के बिंदुओं P तथा Q पर स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। यदि यह स्पर्शरेखाएँ बिंदु $T(0, 3)$ पर काटती हैं, तो ΔPTQ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) हैं

(1) $45\sqrt{5}$

(2) $54\sqrt{3}$

(3) $60\sqrt{3}$

(4) $36\sqrt{5}$

उत्तर (1)

हल स्पष्टत: PQ एक स्पर्श जीवा है

अर्थात्, PQ का समीकरण $T \equiv 0$ है

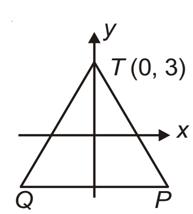
$\Rightarrow$ $y = -12$

वक्र के साथ हल करने पर, $4x^2 - y^2 = 36$

$\Rightarrow$ $x = \pm 3\sqrt{5}, y = -12$

अर्थात्, $P(3\sqrt{5}, -12); Q(-3\sqrt{5}, -12); T(0, 3)$

ΔPQT का क्षेत्रफल



$$\Delta = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 15$$

$= 45\sqrt{5}$

83. यदि समतलों $2x - 2y + 3z - 2 = 0$, $x - y + z + 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_1 है तथा समतलों $x + 2y - z - 3 = 0$, $3x - y + 2z - 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_2 है, तो मूल बिंदू की दूरी उस समतल से जो रेखाओं L_1 और L_2 को अंतर्विष्ट करता है, है

(1) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

(3) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

उत्तर (2)

हल L_1, $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i} + \hat{j}$ के समान्तर है

L_2, $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 3\hat{i} - 5\hat{j} - 7\hat{k}$ के समान्तर है

इसी प्रकार, L_2, $\left(\frac{5}{7}, \frac{8}{7}, 0\right)$ से गुजरती है

इसलिए अभीष्ट समतल $\begin{vmatrix} x - \frac{5}{7} & y - \frac{8}{7} & z \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & -7 \end{vmatrix} = 0$ है

$\Rightarrow \; 7x - 7y + 8z + 3 = 0$

अब, लम्बवत दूरी $= \frac{3}{\sqrt{162}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$

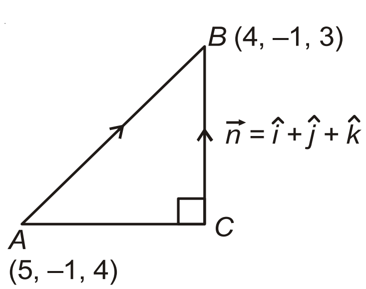
84. बिंदुओं (5, –1, 4) तथा (4, –1, 3) को मिलाने वाले रेखाखंड का समतल $x + y + z = 7$ पर डाले गए प्रक्षेप की लंबाई है:

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{2}{3}$

(3) $\frac{1}{3}$ (4) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

उत्तर (4)

हल



समतल $x + y + z = 7$ का अभिलम्ब $\vec{n} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ है

$\overrightarrow{AB} = -\hat{i} - \hat{k} \Rightarrow \; |\overrightarrow{AB}| \; = AB = \sqrt{2}$

$BC = \vec{n}$ पर $\overrightarrow{AB}$ के प्रक्षेप की लम्बाई $= |\overrightarrow{AB} \cdot \hat{n}|$

$$= \left| (-\hat{i} - \hat{k}) \cdot \frac{(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})}{\sqrt{3}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

समतल पर रेखाखण्ड के प्रक्षेप की लम्बाई AC है

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$AC^2 = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

85. माना u एक ऐसा सदिश है जो सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ के साथ समतलयीय है। यदि $\vec{u}, \vec{a}$ पर लंबवत है तथा $\vec{u}.\vec{b} = 24$ है, तो $|\vec{u}|^2$ बराबर है:

(1) 336 (2) 315

(3) 256 (4) 84

उत्तर (1)

हल स्पष्टतः, $\vec{u} = \lambda(\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b}))$

$\Rightarrow \; \vec{u} = \lambda((\vec{a}.\vec{b})\vec{a} - |\vec{a}|^2 \, \vec{b})$

$\Rightarrow \; \vec{u} = \lambda(2\vec{a} - 14\vec{b}) = 2\lambda\{(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) - 7(\hat{j} + \hat{k})\}$

$\Rightarrow \; \vec{u} = 2\lambda(2\hat{i} - 4\hat{j} - 8\hat{k})$

चूँकि, $\vec{u} \cdot \vec{b} = 24$

$\Rightarrow \; 4\lambda(\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}) \cdot (\hat{j} + \hat{k}) = 24$

$\Rightarrow \; \lambda = -1$

इसलिए, $\vec{u} = -4(\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k})$

$\Rightarrow \; |\vec{u}|^2 = 336$

86. एक थैले में 4 लाल तथा 6 काली गेंदें हैं। थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गयी, तथा उसका रंग देखकर, उस गेंद को, दो अन्य उसी रंग की गेदों के साथ वापस थैले में डाल दिया गया। अब यदि थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाए, तो प्रायिकता कि उस गेंद का रंग लाल है, है :

(1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{3}{4}$

उत्तर (2)

Aakash Medical|IIT-JEE|Foundations (Divisions of Aakash Educational Services Pvt. Ltd.)

हल E_1 : निकाली गई पहली गेंद लाल होने की घटना है।

E_2 : निकाली गई पहली गेंद काली होने की घटना है।

E : निकाली गई दूसरी गेंद लाल होने की घटना है।

$$P(E) = P(E_1).P\left(\frac{E}{E_1}\right) + P(E_2).P\left(\frac{E}{E_2}\right)$$

$$= \frac{4}{10}\times\frac{6}{12}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{12}=\frac{2}{5}$$

87. यदि $\sum_{i=1}^{9}(x_i-5)=9$ तथा $\sum_{i=1}^{9}(x_i-5)^2=45$ है, तो नौ प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_9$ का मानक विचलन है :

(1) 9 (2) 4

(3) 2 (4) 3

उत्तर (3)

हल $x_i - 5$ का मानक विचलन

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i-5)^2}{9}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i-5)}{9}\right)^2}$$

$\Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{5-1} = 2$

चूँकि, मानक विचलन नियत रहता है यदि प्रेक्षणों का एक निश्चित राशि से योगफल/व्यवकलन किया जाए

इसलिए, x_i का σ, 2 है

88. यदि समीकरण

$$8\cos x.\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right).\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)-\frac{1}{2}\right)=1$$

के अंतराल $[0, \pi]$ में सभी हलों का योग $k\pi$ है, तो k बराबर है:

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{13}{9}$

(3) $\frac{8}{9}$ (4) $\frac{20}{9}$

उत्तर (2)

हल $8\cos x\cdot\left(\cos^2\frac{\pi}{6}-\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)=1$

$\Rightarrow \quad 8\cos x\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-1+\cos^2 x\right)=1$

$\Rightarrow \quad 8\cos x\left(\frac{-3+4\cos^2 x}{4}\right)=1$

$\Rightarrow \quad \cos 3x = 1$

$\Rightarrow \quad \cos 3x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad 3x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$

$\Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}$

$\Rightarrow$ योगफल $= \frac{13\pi}{9}$

$\Rightarrow \quad k = \frac{13}{9}$

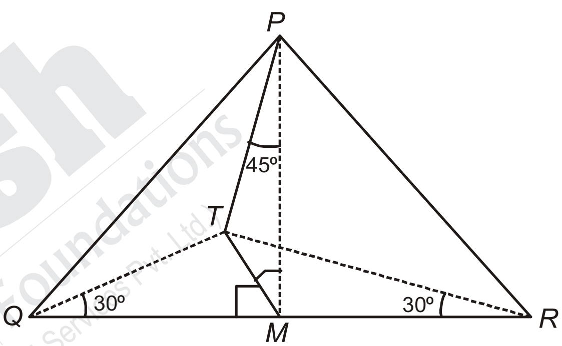
89. PQR एक त्रिकोणाकार पार्क है जिसमें $PQ = PR = 200$ मी. है। QR के मध्य बिंदु पर एक टीवी टावर स्थित है। यदि बिंदुओं P, Q, R से टावर के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45°, 30° तथा 30° हैं, तो टावर की ऊँचाई (मी. में) है :

(1) 100 (2) 50

(3) $100\sqrt{3}$ (4) $50\sqrt{2}$

उत्तर (1)

हल



माना टावर TM की ऊँचाई h है

$\therefore \quad PM = h$

ΔTQM में, $\tan 30° = \frac{h}{QM}$

$QM = \sqrt{3}h$

ΔPMQ में, $PM^2 + QM^2 = PQ^2$

$h^2 + (\sqrt{3}h)^2 = 200^2$

$\Rightarrow \quad 4h^2 = 200^2$

$\Rightarrow \quad h = 100$ m

90. बूले के व्यंजक

$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ के समतुल्य है :

(1) $\sim p$ (2) p

(3) q (4) $\sim q$

उत्तर (1)

हल $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

प्रगुण से, $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

$= \sim p$

❒ ❒ ❒